

الدالة الأسية [II]

Fonction Exponentielle

تمارين 1

- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 2- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة: $e^{2x} - 4e^x + 3 > 0$ ثم استنتج إشارة الدالة $f(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$. باستعمال القراءة البيانية:
- 3- أعط حصرا سعته 0,2 للعديدين الحقيقيين α و β الموافقين للقيمتين الحديتين المحليتين للدالة f .
- 4- عيّن قيم كل من: $f'(0)$ ، $f'(\alpha)$ ، $f'(\beta)$ و $f''(0)$.
- 5- ادرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمماس (T) .
- 6- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$. بيّن أنّ الدالة h زوجية، ثم استعمل المنحني $(\mathcal{C})$ لرسم المنحني $(\mathcal{C}')$ الممثل للدالة h .

تمارين 3

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ:
- $$f(x) = (x^2 + x + 2)e^{-x}$$
- $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (نذكر أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ حيث n عدد طبيعي). استنتج أنّ المنحني $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيما مقاربا يطلب كتابة معادلته.
 - 2- أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - ب) اكتب معادلة المماس (T) لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة $A(0; 2)$.
 - ج) بيّن أنّ المعادلة: $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; 0]$. أعط حصرا للعدد α بتقريب 10^{-1} .
 - 3- أ) بيّن أنّ $(\mathcal{C})$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.
 - ب) ارسم المماس (T) والمنحني $(\mathcal{C})$.

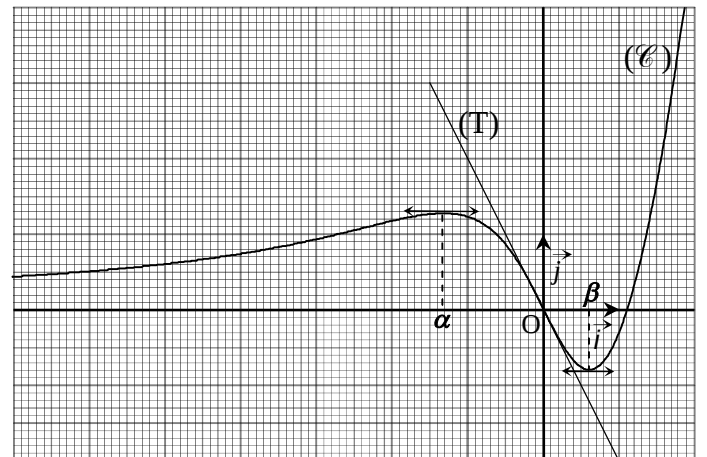
- 4- g و h دالتان معرفتان على $[-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $h(x) = [f(x)]^2$. اكتب كل من $g'(x)$ و $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات كل من g و h .
 - 5- m وسيط حقيقي. نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
- $$f_m(x) = (x^2 + mx + 2)e^{-x}$$
- أ) عيّن قيم m حتى تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين محليتين.
 - ب) عيّن قيمة الوسيط الحقيقي m بحيث $f_m''(3) = 2e^{-3}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.

- $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا.
 - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - 2- أثبت أنّ النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحني $(\mathcal{C})$.
 - اكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة ω .
 - ارسم المماس (T) والمنحني $(\mathcal{C})$.
 - 3- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(x) + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.
 - عيّن العديدين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإنّ $g(x) = \frac{3}{2}x + a + \frac{b}{(1 + e^{2x})}$.
 - بيّن أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإنّ $g'(x) = \frac{3(e^{2x} - 1)^2}{2(1 + e^{2x})^2}$.
 - استنتج أنّ المنحني الممثل للدالة g يقبل نقطة انعطاف.
 - احسب $g(0)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
 - ادرس إشارة $g(x)$ واستنتج وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ (T) .

تمارين 2

- I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x$.
- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، شكل جدول تغيراتها، ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، فإنّ $g(x) > 0$.
- II- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^x - x}$.
- ليكن $(\mathcal{C})$ بيان f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المبين أسفله، والمستقيم (T) هو المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند المبدأ.



تمارين 4

I - a و b عدنان حقيقيان ولتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (ax + b)e^x - 1$$

تعطى تغيّرات الدالة g في الجدول التالي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-1	-2	$+\infty$

1 - باستغلال الجدول بيّن أنّ $a = 1$ و $b = -1$.

2 - بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

تحقق أنّ $1,27 < \alpha < 1,28$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - 2x + 1}{x}$

ليكن $(\mathcal{C})$ بيان f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 - أثبت أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإنّ: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

2 - احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f ثم

شكّل جدول تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}^*$.

3 - أكتب معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى $(\mathcal{C})$.

4 - بيّن أنّ $f(\alpha) = -2 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ثم أعط حصرًا لـ $f(\alpha)$.

5 - اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند $x_0 = 1$.

6 - ارسم المماس (T) والمنحنى $(\mathcal{C})$. اعتبر $f(\alpha) = 1,6$.

7 - باستعمال المنحنى $(\mathcal{C})$ عيّن قيم الوسيط m حيث $m \in \mathbb{R}^*$

حتى تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلا واحدا سالبا.

تمارين 5 (بكالوريا بتصرفه)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = 2 - (1 + x)e^{x-1}$$

1 - ادرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$.

2 - ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3 - احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 - ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$.

ب) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x + 1$ مستقيم

مقارب لـ $(\mathcal{C})$ عند $-\infty$ ، ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ Δ .

2 - أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب) بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل مماسا يوازي المستقيم Δ .

3 - أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث:

$1,9 < \alpha < 2$ و $-0,5 < \beta < -0,6$. فسّر النتيجة هندسيا.

ب) ارسم المستقيم Δ والمنحنى $(\mathcal{C})$ (وحدة الرسم: 2cm).

4 - ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة

حلول المعادلة: $2x - xe^{x-1} - m = 0$.

5 - ادرس تغيّرات الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(x^2)$.

تمارين 6 (بكالوريا بتصرفه)

I - الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}} + 1$

1 - احسب النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة g .

2 - ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3 - بيّن أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإنّ: $g(x) > 0$.

II - الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$ $x \neq 0$
 $f(0) = 0$

$(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 - ادرس قابلية اشتقاق f عند $x_0 = 0$ ثم بيّن أنّ $(\mathcal{C})$ يقبل

نصفي مماسين Δ و Δ' يطلب كتابة معادلتيهما.

2 - أثبت أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإنّ: $f'(x) = \frac{2g(x)}{\left(1 + e^{\frac{1}{x}}\right)^2}$

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$.

3 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم شكّل جدول

تغيّرات الدالة f .

4 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - x + \frac{1}{2} \right]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - x + \frac{1}{2} \right]$

(ضع $t = \frac{1}{x}$). استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C})$.

5 - ارسم Δ ، Δ' والمنحنى $(\mathcal{C})$. (وحدة الطول 4cm)

6 - Δ_m مستقيم معادلته: $y = mx - \frac{1}{2}$. (m وسيط حقيقي)

أ) بيّن أنّه من أجل كل $m \in \mathbb{R}$ فإنّ Δ_m يشمل نقطة ثابتة.

ب) بفرض أنّ $(\mathcal{C})$ فوق Δ_1 . ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط

الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = mx - \frac{1}{2}$.